

会員ニュース

楠岡成雄氏の日本学士院賞受賞によせて

京都大学大学院理学研究科

日野 正訓

楠岡成雄氏（東京大学名誉教授）が、受賞題目「確率解析と数理ファイナンスの研究」により日本学士院賞を受賞されました。確率論分野に携わっている者として大変嬉しいニュースで、心よりお祝い申し上げます。楠岡氏の研究業績は極めて多岐にわたり、詳しい解説を行うことは筆者の手に余るものですが、代表的な業績について以下でいくつか紹介させていただきます。

楠岡氏の初期の業績で重要なものに、微分作用素の準楕円性についての研究があります。典型的な拡散過程の推移確率密度関数は2階放物型偏微分方程式の基本解として与えられ、確率論では基本的な対象物ですが、その滑らかさを確率論内部の理論だけで導出することは長らく実現できていませんでした。1970年代後半に P. Malliavin 氏が、経路空間上での変分法により、確率解析の手法でこの問題にアプローチするという新しいアイデアを提唱しました。現在では Malliavin 解析という名称で整備されている、この理論の確立には多くの日本人確率論研究者が関わっています。楠岡氏は D. W. Stroock 氏との共同研究で Malliavin 氏のアイデアを徹底的に推し進め、従前よく知られていた Hörmander 条件よりもはるかに弱い仮定のもとで2階微分作用素の準楕円性を示しました。当時、この確率解析による結果は偏微分方程式論による方法では得られなかったため、解析的手法を超える結果として多くの研究者にインパクトを与えたと聞き及んでいます。

このような無限次元空間における確率解析について、楠岡氏は他にも様々な業績をあげています。例えば、一部の変数にのみ Malliavin 解析を適用する、部分 Malliavin 解析と呼ばれる手法を導入して非線形フィルタリング問題などへの応用を与えました。また、当時は局所コンパクト空間上でのみ展開されていた Dirichlet 形式の理論を Banach 空間に適用するための一つの手立てを論じました。これは S. Albeverio 氏と R. Høegh-Krohn 氏による先行研究をふまえたもので、現在ではさらに一般化された形で整備されている、準正則 Dirichlet 形式の理論に繋がる萌芽的な業績です。Wiener 空間における非線形変換の基礎理論を展開し、像測度の密度関数を与える式は Ramer-楠岡の公式として知られる基本的な結果です。そのほか、無限次元 de Rham-Hodge-小平理論の展開を目指した Wiener-Riemann 多様体上の解析は、無限次元空間上の確率解析の深い研究といえます。

楠岡氏は発展方程式の基本解の研究に関して、解析的アプローチによっても重要な成果をあげています。E. A. Carlen 氏、D. W. Stroock 氏との共同研究では、Nash の不等式と呼ばれる解析的な不等式が、基本解に関する上からのある種の評価と同値になるという結果を示しました。これはその後大発展した、測度距離空間上の熱核評価に関する数多の研究の源流ともいえる業績です。

さらに、フラクタル上の拡散過程に関しても基本的な仕事をされています。自己相似フラクタルの典型例である Sierpinski gasket 上に Brown 運動と呼ぶべき標準的な拡散過

程を初めて厳密に構成し、微分構造を持たない空間を状態空間とする拡散過程の研究の先駆けとなる成果をあげました。初期における研究ですでに、拡散スピードのオーダーが通常の Euclid 空間上のものとは異なることを示し、付随する Dirichlet 形式のエネルギー測度の具体的な表示式を与え、一般次元 Sierpinski gasket 上の Brown 運動のマルチンゲール次元が 1 であることを証明されています。

このような多くの業績をあげた後、楠岡氏は数理ファイナンスの分野に研究の主要な場を移されました。そこでの最も顕著な業績の一つは、確率微分方程式の解に関する期待値の高精度近似計算方式（楠岡近似、K-近似）を与えたことです。確率微分方程式の解の近似方式として標準的なものは、Euler-丸山近似とよばれる一種の折れ線近似法です。楠岡氏は、数理ファイナンスに現れる量の近似のためには相応の基準で精度を考慮する必要がある点に着目され、Malliavin 解析と Lie 環論に基づく独自の近似法を提案して理論的な裏付けを与えられました。これにより、理論的な精度保証を持つ、オプション価格等の高速計算への道が拓かれることになりました。また、信用リスクの数理モデルを確率解析の観点から考察し、それまで信じられていた表現式が一般には成立しないことを示したり、金融リスクの計量化に関してリスク尺度に確率的な不変性の概念を導入し当該研究の先鞭をつけるなど、確率論の専門家ならではの視点から、当該分野に多大な貢献をなされています。

その他にも、大偏差原理の理論を無限次元空間上で展開した一連の研究は、有限次元の場合に迫るところまで精密な評価を得た深い結果です。古典力学に従う粒子系のスケール極限として拡散過程を導出する研究や、高分子の数理モデルであるポリマー測度の研究など、自然現象の確率モデルに関わる題材についても楠岡氏は先駆的な研究を行っています。

以上のように、氏の研究は広大な範囲にわたっており、それぞれのテーマで卓越した成果をあげてこられました。特に、後に盛んに研究されるようになるテーマの先駆となる仕事が多いのには、さすがというほかありません。楠岡氏が参入して以来、数理ファイナンス分野の研究を志す人が国内外で急増したという話ももっともなことであろうと思います。

氏の論文はしばしば難解とも称されますが、時間をかけて精読すると背景にあるアイデアが立ち現れてくるものが多く、その豊かな発想や技法を筆者は駆け出しの頃に随分勉強したものです。筆者は楠岡氏と同じテーマの研究時期が重なったことがなく、主に論文を通じて研究内容に触れるのみという、遅れて来た世代だったため、研究当時の現場の雰囲気を知らないことが少々残念ではあります。

楠岡氏は日本数学会理事長、数理経済学会会長、日本保険・年金リスク学会会長を歴任され、“Advances in Mathematical Economics” シリーズのエディターを長年務められるなど、当該分野のリーダーとして学術の発展にながく貢献されてきました。現在は東京大学特任教授のご身分ということで、まだ論文として纏めていない研究成果が多数あるとも伺っています。今後益々のご活躍を祈念しております。