

## 加藤周氏の平成 25 年度文部科学大臣表彰 若手科学者賞受賞に寄せて

東京大学大学院数理科学研究科  
松本 久義

加藤氏は幾つかの優れた仕事を幾何学的表現論の幅広い分野でしてきましたがこのたびの受賞理由になった「Exotic Deligne–Langlands 対応の研究」はそのなかでも重要なものです。いわゆる Langlands 哲学によれば局所体上の簡約群の表現論は非可換類体論の局所理論の一部と見なせます。ここで簡約群というのは一般線形群や直交群などを含む代数群のカテゴリーです。 $p$ -進体などの非アルキメデス局所体上の場合簡約群の既約表現のある重要なクラスの分類はアフィンhecke環といわれる非可換代数の既約表現の分類に帰着されることが、かなり昔に岩堀長慶氏、松本英也氏らの研究によりわかっていました。そこで Langlands 哲学を踏まえて、アフィンhecke環の既約表現を幾何学的データでパラメトライズすることを Deligne が提唱していたのですがそれは 1980 年代に Kazhdan–Lusztig および Ginzburg によって修正された形で解決されました。それはアフィンhecke環を Steinberg 多様体上の代数的同変  $K$ -群として幾何学的に構成するという画期的なもので、全ての既約表現が対応する幾何学的データから自然に構成することができます。これが「Deligne–Langlands 対応」といわれるものです。この研究は、その後大きな潮流をつくることになる幾何学的表現論といわれる分野の先駆けのひとつとなったものです。またアフィンhecke環自体もいろいろな場面に顔を出す重要な対象であり、その研究は表現論のなかでも最も中心的なテーマの一つと言えるものです。

アフィンhecke環はよく  $q$  の文字が当てられるパラメーターを持っていますが、その後の表現論の研究の進展により、たとえばより分岐がワイルドな状況に対応する簡約群の既約表現の分類などいろいろな場面で、パラメーターの数を 2 つや 3 つに増やしたタイプのアフィンhecke環が重要であることがわかってきました。このパラメーターの数を増やしたタイプのアフィンhecke環はそれ以外にも様々な分野に顔をだし、やはり重要な研究対象として認識されています。

Deligne–Langlands 対応における構成だと、Steinberg 多様体は簡約群に対応する複素リー代数の随伴表現の巾零錐を用いて構成されますが、 $q$  というパラメータはスカラー倍に対応します。この構成そのままではパラメーターを増やすことはできずパラメーターの数を増やしたタイプのアフィンhecke環およびその既約表現の幾何学的構成が課題となっていました。またそもそも既約表現の分類自体も難しく非常に限られた場合しかわかりませんでした。

加藤周氏のアイデアは随伴表現の代わりにうまく選んだ可約表現を考えその中の巾零錐の対応物（これを加藤氏はエキゾチック巾零錐と名付けました。）を使って Deligne–Langlands 対応と同様な幾何学的構成を行うことです。この場合表現が可約なので各既約成分ごとにスカラー倍を考えることができパラメーターを増やすことができます。このよ

うにしてパラメーターを増やしたアファインヘック環およびその既約表現の幾何学的構成を彼は完成しそれが「Exotic Deligne-Langlands 対応」です。これは一見人工的な構成にも見えますが、加藤氏はその後の研究で標数が 2 の場合にはエキゾチック巾零錐は通常の巾零錐の変形とみなせることや、巾零錐における Springer 対応の類似物はよりきれいな構造をもつことなどを示し、興味深い研究対象としてエキゾチック巾零錐自体を研究する人も増えてきました。また Exotic Deligne-Langlands 対応自体も、直ちに有木氏の A 型の場合の結晶基底と affine Hecke 環を結ぶ有名な結果の B 型における対応物の榎本氏と柏原氏による定式化に影響を与えました (Varagnolo と Vasserot によってその後証明された。) また加藤氏と Ciubotaru 氏との共同研究による緩増加表現の指標の研究で重要な役割を果たすなど、今後の更なる応用が期待されます。

Deligne-Langlands 対応の解説を含むこの分野の唯一と言える本としては Chriss-Ginzburg による “Representation Theory and Complex Geometry” がありますが、ちゃんと理解しようとするとは極めて難しいものです。学生のセミナーのテキストに使ったことがありますが、分からない事が出てきて、専門家である加藤氏にメールで教えるを乞うたこともあります。加藤氏の Exotic Deligne-Langlands 対応の証明の定式化自体はオリジナルの Deligne-Langlands 対応を焼き直したようにも見えますが、実際にはテクニカルにはそんな簡単なものではなく、彼独自の議論を用意しなければならず、それに彼の力量が現れています。

加藤氏はこの Exotic Deligne-Langlands 対応に関する一連の研究以外にも幅広い分野で優れた仕事をしています。比較的初期の仕事としては、簡約群の自然な同変コンパクト化にたいする Borel-Weil-Bott の定理の類似とか、簡約群の自然な同変コンパクト化上の同変ベクトル束の分類などがあります。後者は彼の学位論文ですが、淡中圏の理論を巧妙に用いるなど非凡なアイデアに満ちたものです。さらに加藤氏は「Exotic Deligne-Langlands 対応」の後もグリーン関数のホモロジーによる構成や量子展開環の PBW 基底の KLR 代数を用いた理解など印象深い研究を立て続けに発表しています。後者の研究ですが、ADE 型の単純リー代数における canonical basis の存在を示した有名な Lusztig による研究の中に PBW 基底が出てくるのですが、彼が学部学生の頃それに関してどうも私が素朴な疑問を言ったらしく、昨年彼が東大に集中講義に来たときにその解答がこれで得られますと説明をうけてびっくりしました。こちらはすっかり忘れていましたが、また去年は大学院生など若手研究者のために海外から幾何学的表現論の研究者たちを呼んで京大で研究集会を主催し、参加した学生の理解を深めるためさらに彼らを集めてその前後に勉強会まで開いてくれて、私のところの学生も大きな恩恵を受けました。このように加藤周氏は幾何学的表現論における指導的な研究者として活躍しています。

彼は素晴らしい才能に恵まれた数学者ですが、それと共に彼の努力と熱意さらに後進の研究者のことを気にかけてくれていることを知る者として、加藤周氏がこのたび若手科学者賞を受賞されたことは誠にうれしいことであり、今後のますますの発展を心から祈ります。