

## I.M. Gel'fand との遭遇

田邊 晋

1989年3月25日最高権力機関としての人民代議員大会がソ連邦史上初めて民主的な選挙で選出されることとなった。この結果人民代議員となった反体制派旗手の物理学者アンドレイ・サハロフ氏が大会演壇よりソ連全土に向かって共産党の一党独裁制の危険を訴えることとなる。サハロフの堰を切って流れ出したかのような激烈な体制批判の言葉をゴルバチョフ議長がマイクの電源を切って強制的に制止したとき、ソ連市民は人民代議員大会の真の「民主的」性格を間違いなく理解したのであった。

サハロフはその回想録の中 1962年ころ水爆開発の研究において Izrail' Moiseevich Gel'fand の率いる数学者のグループの数値計算に随分世話になったと次のように書いている。1962年といえば彼がストックホルムの ICM において等質空間上の保型関数と表現論に関する I.I. Pyatetski-Shapiro との共同研究に関する講演を行った年である。「私は彼とその同僚とともに共通の課題を担当することとなった。この付き合いは中々良いものだったが、そう簡単ではなかった。時として Izrail' Moiseevich は自制心を失って同僚を怒鳴りつけることもあった。私もその例外ではなかった。こういった発作ののち彼は髪の毛を逆立てて数分間部屋の中を歩き回ったものである。気を落ち着けてから再び仕事に取り掛かったが、時として先ほどの段に関して謝ることすらあった。実際のところ Gel'fand のことを彼の同僚たちは愛していたように見えたし、彼の方も同僚に対して父親のような感情を持っていたのである。」この数行に凝縮された Izrail' Moiseevich (ロシア人は敬愛の念をこめて Gel'fand のことを名前と父称を以て呼ぶ。以降 IM と略記) の姿は私が彼の弟子や共同研究者から直接聞いた話と完全に合致している。M.A. Naimark, M.I. Graev, F.A. Berezin, D.B. Fuks, M. Kapranov といった一騎当千の数学者を顎で使うかのようにして次々と強力な新理論を作り上げていった IM. Rutgers に移ってからもモスクワ時代の環境を懐かしがり S.G. Gindikin, V.S. Retakh のように一家をなした弟子たちを秘書代わりに使い、部屋の中をうろうろ歩きながら卑猥な枕話を数学の議論の前にする IM...

多くのソ連市民がサハロフなど反体制派候補者に投票すべく手ぐすねをひいている 1989年3月22日、IM は京都大学数理解析研究所の4階大講堂で多変数超幾何関数に関する講演を行い、約3週間にわたる日本巡業(京都、東京)の幕を開ける。当時修士2年生でソ連政府給費留学生第1号としてモスクワ大学に留学することになっていた私は IM と彼の妻子(36歳の Tatiyana V. Alekseevskaya と5歳の娘 Tanya)の身の回りの世話を担当すると同時にほぼすべてのセミナーに参加し、IM とセミナー講演者とのやり取りを一字一句可能な限りすべて記録した。以下は主としてこの記録をもとにした当時の雰囲気再現の試みである。

後に GKZ の A-超幾何と呼ばれるようになる関数の係数が  $\Gamma$  関数のある種の格子上での値で決まるということを3月24日午後2時からのセミナーの話題として取り上げた。これを聞いていた佐藤幹夫氏がやおら壇上にのぼられ、cocycle条件を満たすような有理関数から誘導されるホロノミック系の解も同様に整数係数で定まる錐の中の有理点上の  $\Gamma$  関数値を以て級数表示されるということを興奮した様子で白髪を振り乱して説明された。そこに居合わせた青本和彦氏はこうした観点が解の Mellin 変換の言葉を用いてうまく整理されるというようなことを述

べられた。わずか4時間ほどの間に Horn, Mellin, Ore の先駆的研究, 概均質ベクトル空間の  $b$ -関数, Gel'fand-Kapranov-Zelevinsky 理論の要点が大体議論されてしまった。

解析接続の力に IM は特に強い信頼を置いていたようだ。神保道夫氏や上野喜三雄氏がセミナーで  $U_q(\mathfrak{sl}(2))$  などの表現に関する講演を何回もされた。こういった講演中量子群  $SL_q(2; \mathbf{C})$  の上の関数の環やその上の作用素が問題になったが, 野海正俊, 増田哲也, 三町勝久といった日本の若い数学者 (この3週間の間 IM と最も丁々発止とやりあったのはこれら  $q$ -analog を研究していた人たちである) の話の中でしばしば  $\mathbf{C}^* \ni q$  が1の冪根でないという条件が付いているのに IM は注目して, 関数を全ての複素数  $q$  の場合に考慮してその特異性を分析すると“面白いこと”が分かるに違いないといった。G. Lusztig によってその直前に得られていた  $q$  が1の冪根の場合の量子群の表現に関する結果も彼の頭の中を去来していたようである。思えば I.N. Bernstein が多項式  $P(x)$  に関する所謂 Sato-Bernstein 多項式の存在を証明 (1969-1972) したのは IM が1954年の阿姆斯特ダム ICM 講演で強調した  $\int_{P(x)>0} P(x)^\lambda \phi(x) dx$  ( $\phi(x)$ : コンパクト台  $C^\infty$  関数) の  $\lambda$  の有理型関数としての極の重要性の認識に影響された結果に他ならず, Gel'fand-Shilov 以来パラメータを解析接続したときにぶち当たる特異性のことは常に IM の頭のどこかにあったようである。Gel'fand-Varchenko 代数なるものについても IM は言及した。実アフィン空間上の超平面配置に対して各超平面で分けられた空間の半分で値1を別の半分で0をとるような Heaviside 関数のなす多項式環  $P$  を考える (超平面配置の補空間上の環)。通常超平面配置を研究するのに便利な代数としては Orlik-Solomon 代数  $H$  が有名であるが, IM は  $P$  と  $H$  の間に奇妙な類似性が観察されることを指摘する。曰く,  $P$  と  $H$  は一つのパラメータに依存する環の族の代表元として見ることはできるのではないか?

「解析接続」のほか IM お気に入りの普遍的概念として「双対性」があるようだ。セミナー中もよくグラスマン多様体  $G_{k,n}$  と  $G_{n-k,n}$  の間の双対性から導かれるさまざまな等式 (たとえば  $k$  形式の積分で定義される超幾何関数と  $n-k$  形式の積分で定義されるそれとの間に成り立つものなど) に言及した。またこれらのグラスマン多様体から適当な特異点集合を除いたものとその双対空間両方の基本群を考えてみようなどというモノドロミー群の表現への応用を見込んだ思わせぶりなことも言ったりした。そもそも3月22日の最初の講演で double fibration  $B \xrightarrow{\pi_1} A \xrightarrow{\pi_2} \Gamma$ ,  $A \subset B \times \Gamma$  というフーリエ逆変換 ( $A \cong B$ ) もラドン逆変換 ( $A$ : アフィン空間の点  $x$  の集合,  $B$ : 超平面  $\xi$  の集合,  $\Gamma := \{(x, \xi) : x \in \xi\}$ ) も一つの枠組みの中で考えられるような普遍的な定式化について言及している。これに関連して Guillemin-Sternberg “Geometric Asymptotics” のことを「なかなかいい本だ」とやや寛容な口調で評して私に読むように薦めた。

組み合わせ論は計算機科学や位相幾何学, 表現論, グラフ理論といったお互いにかなりかけ離れた世界を統一的に扱う重要な言語となりうる, と指摘した後ソ連の演劇人 Evgeny Vakhtangov の old fashioned new dress という言葉をふと口に, 黄色い歯をむき出してにやりと笑った。また Theory of matroids and their generalizations という講演の初っ端にゴーゴリの「検察官」からのエピソードを引用し, 隠密に身を襲った検察官 (実は偽物) の第一発見者としての手柄を言い争う Dobchinsky と Bobchinsky という瓜二つの小役人同様ある種の数学者も matroid を自分が見つけたと主張しあう, などという憎まれ口もきいた。

IM が生物学の研究もかなり活発に行い, 100編ほど論文を書いていることは

よく知られている。これに関してサハロフは次のように書いている「1962年10月の始め私は数値計算，特に“デカ物”に関する議論をするためにモスクワに向いた。応用数学研究所に Gel'fand がいなかった所以我は彼の自宅に出かけて急を要する計算の計画について話し合った。このとき久しぶりに IM の妻 Zoya Shapiro に会った。私が学生のころ彼女は演習を担当していたのだった。私の訪問直前に Gel'fand 家を息子の白血病による死という悲劇が襲っていた。IM は私にこれに関して何も語らなかったが、彼の長年にわたる間断なき数理生物学研究はこの事件と心理的に結び付いているのかもしれない。」

IM は数学の理解の本質とは関係のない社会的な慣行や言語的なものにこだわる姿勢に対しては容赦なく皮肉を言った。「Elie Cartan はスピノル（例えば  $G_{2,4}$ ）を発見していたのだが、他人がそれをスピノルと呼び始めるまで注意を払わなかった。」「アルノルドがフランスに行ったばかりのころ（～1965年）彼は完全系列という言葉を知らなかった。無論モノとしては知っていたのだけれどもそういう用語は知らなかったわけだ。フランス人は彼を野蛮人とみなして全く相手にしなかった。アルノルドが「完全系列」を使うようになってからフランス人は彼を人間扱いするようになったということだ。」アルノルドが現代において H. ポアンカレの精神を最もよく体現した数学者であるとする、上の話は Pierre Cartier の次の話の内容と符合する。「長い苦闘のち、ようやくブルバキはポアンカレと折り合いを付けられるようになりました。1950年代に世の中の流れはポアンカレにとって全く不利でした。彼は時代遅れだということです。無論現在の潮流は全く別のものになっています。しかしながら彼のスタイルがブルバキのそれとは全く相違するものであることは明らかです。」

内山康一氏が東大で resurgent 理論について解説したのことである。音速に近い速度で流れる圧縮性高圧流体の方程式の解析に  $y/x^\alpha$  といった型の独立変数の blow up が重要であるなどと IM は語り始めたが、そこでコルネイ・チューコフスキーの子供のためのお話をいきなり紹介しだした。「父親が娘に一つ、二つと匙を与えてその本数を問う。二つまでは答えられたが三つ目に娘は“沢山”としか答えられない。執拗に本数を問う父親に娘は“この匙は汚い匙だからいらぬ”と言ってつき返す。数学的な問題に答えられない時には問題をすり替えて“汚い”という理屈で拒絶するわけだ。」圧縮性高圧流体の方程式が汚い匙と今でもとらえられているかどうか私は知らない。

IM は数学と対峙する人間の心理を驚くべき洞察力をもって把握する能力を持っていた。中でも Gel'fand-Fuks 理論の誕生に関する逸話は特徴的なものである。1970年の夏休み D.B. Fuks はその妻 G.N. Tyurina（孤立特異点の普遍変形空間の次元を表す Tyurina 数  $\tau$  は彼女にちなんで命名されている）とウラル極北地域へカヌー旅行のために出かけた。川の半ばでカヌーは転覆し Dmitry の目の前で Galina は水中へと姿を消した。困難な捜索のち溺死体は下流の淀みで見つかったとのことである。妻をこうした悲劇の結果失った Fuks は家に引きこもり、しばらくの間全く何もできなくなってしまった。以前から Fuks の力量を見抜いていた IM は、何だかんだと用のあるなしにかかわらず彼に頻りに電話し Fuks を精神的に立ち直らせる。かくして世に出ることとなった二人の一連の共著論文は無次元リー環の表現の研究で画期的な役割を果たすこととなる。こののち Fuks は博士号（Habilitation に相当）取得申請の際にこれらの仕事も業績一覧表に含めていたが、審査委員会は「共著が多すぎる」という理由で中々学位授与を承認しなかったということである。この事実は公的機関がユダヤ人である IM を疑惑の眼差しで見ていることを微妙に示唆する。

V.A. Golubeva が博士候補論文（西側の Ph.D. に相当）を書き終えて次の研究テーマに関して助言を問うた時、IM は「しばらくはあなたの好きなピアノの練習をしていなさい。」といったとのことである。彼は自分の学生が技術的に細かいところに拘泥し狭い世界にとどまり続けることの危険性を熟知していたのだろう。

次の話はモスクワである詩人から漏れ聞いたものである。「私は講義をうまくする方法をプーシキンに習った。プーシキンの作品はすべて文体上も構成上も単純平易で誰でもとっかかりのつくようなものである。しかしよくよく読んでみると実に深い考察がそこには込められている。一つのクラスで聴講している学生の 9 割は凡庸で講義について行くのがやっとの連中である。しかしクラスの中には数人非常に優れた学生もいるものである。そこでこうした学生が退屈しないように取っつきやすいくけれども、深く追求すればその先に豊かな数学が広がっているようなものを題材として私は努めて選ぶようにしたのだ。」この言葉の真偽を確かめたい方にはプーシキンの「大尉の娘」（ここでは権力の問題、社会の動きの方向性の問題等が暗に取り上げられている）と IM の講義録（たとえば線形代数の教科書）に目を通すことをお勧めする。

IM の教育に関する大原則のいくつかとして次のようなものが言い伝えられている。「新しい材料は生徒がよく知っている簡単なことを用いて教育すべきである。」「少しのことを完全に理解する方が、多くのことを生半可に理解するよりはるかに有用である。」「人は皆それぞれだ。尻をひっぱたかねばダメな生徒もいるし、抑制しなければならぬ生徒もいる。ある生徒には静かなところでじっくり考える環境が必要だ。」

すべてのセミナーが終了した後、秋葉原で電子レンジなど電気製品を買いに行った帰りのことである。お茶の水のあたりでアドバルーンが空に上がるのを見つけた IM が娘の注意を促した。「ほらターニャ見てごらん。まるで気球みたいだ。」ターニャよりご本人の方が上機嫌で、長いこと国鉄の鉄橋の上に立って子供のよように興味津々とアドバルーンを観察していた。

あの時 5 歳のターニャも今や精神科医として活躍しているそうである。IM の長男で数学者の Sergei 氏は現在 AMS で仕事をしておられ（有限次元  $\mathfrak{g}$  加群の分解に関する Bernstein-Gel'fand-Gel'fand 理論, Homology 代数に関する Gel'fand-Manin の本などで有名）、次男で生化学者の Vladimir 氏は Northwestern 大学の細胞・分子生物学の教授である。これら 3 人の子供のほか IM にはおびただしい数にのぼる学問上の子孫がいる。コルモゴロフ評するところの「高次の理性」の薫陶を受けた人々の心の中にこれからも IM は生き続けるであろう。また直接彼と面識を持たなかった若い人々のうちの多くも IM の思想を何らかの形で間接的に受け止め発展させていくことであろう。