

「ユークリッドの窓」平行線から超空間にいたる幾何学の物語
レナード・ムロディナウ著，青木薫訳，NHK 出版，2003

大阪市立大学大学院理学研究科
橋本義武

原著の書評が，アメリカ数学会の雑誌「Notices」2002年5月号に掲載されている．評者はプリンストン高等研究所のロバート・P・ラングランズ教授．冒頭にこう書かれている．

「これは深い事柄に関する浅い本である．その深い事柄について著者は何も知らないに等しい．」

...お怒りである．そして二段組 12 ページにわたって容赦のない批判が書きつらねられている．

これを数学史・科学史の本として読めばラングランズ先生のお怒りも至極ごもっともなのだが，数学史・科学史の中のエピソードを少し毒のあるジョークの肴にした一つの物語と思えば，テンポもよく文体も軽くて気楽に読んでいけるだろう．

著者のムロディナウは物理学者で脚本家．著者紹介に「カリフォルニア工科大学教授を経てサイエンス番組の脚本家に転身．」とあるが，著者の体験を記した「ファインマンさん最後の授業」(安平文字訳，メディアファクトリー，2003)によると複数年契約の特別研究員だったようだ．

題名の「ユークリッドの窓」は，「ユークリッド幾何は世界をわたしたちに見せてくれる窓だ」と言う意味だ．しかし窓はそこから外の世界をのぞくことを可能にすると同時に，外の世界と家の中のわたしたちを隔て，外の景色を枠にはめこんでしまう．また，窓から見えたと考えたものがガラスにうつる自分の姿だったりすることもある．そんな解釈もしたくなる．

著者は，幾何学の歴史において5つの革命があったと言う．それに対応して全体は5部に分けられ，それぞれユークリッドの物語，デカルトの物語，ガウスの物語，アインシュタインの物語，ウィッテンの物語と題されている．最終的に現代物理学のひも理論の話になるのがこの著者らしいところだが，これは単に自分の得意分野に引きこんだということではなかろう．訳者あとがきにもあるように，彼は数学の一分野の歴史の話がしたいのではなく，人間理性の歴史の話がしたいのだ．ユークリッド幾何が数学にとどまらず理性の歴史において決定的な役割を果たしたように，ひも理論のめざすところも物理学の一分野にとどまらない人類にとって重要なテーマだと考えているのではないか．しかし，ユークリッド幾何が初等・中等教育のカリキュラムの中にあって多くの人々が近づくことができるようになってきているのと反対に，ひも理論は現代の物理学者・数学者たちにとってさえごく一握りの人にしか近寄ることができない聖域のように思われる．そのような状況を何とかしたいというもどかしさもこの本を書かせた思いの中にはあるのかもしれない．

では、本書のあらすじを追ってみよう。

1. ユークリッド / 抽象化と証明の革命

最初の革命はユークリッドに代表される。目の前にあるものをではなく、抽象概念としての点・直線・平面を取り出して対象としたこと、そしてこれらを公理・定理・証明という方法で記述したことが革命的であったというのである。著者はこれを「理性そのものの誕生の物語」とまで言っている。しかしここで早くも「第5公準」あるいは「平行線の公理」の問題が姿をのぞかせている。また、ピタゴラスの定理の話は、後の座標幾何、リーマン幾何、特殊・一般相対性理論の話につながっている。

2. デカルト / 位置の革命

つづいては、「点の位置を座標とよばれる数の組であらわし、図形をそれらの数の間の関係、方程式であらわす」という「位置の革命」である。（「方程式の革命」ともよびたい気がする。）ニュートンの微分積分法・力学もこれなくしてはありえなかった。

3. ガウス / 曲がった空間の革命

第5公準の問題は、ガウスとその時代の数学者たちによって、非ユークリッド幾何という意外な解決を迎え、それはさらに「曲がった空間の幾何」であるリーマン幾何へと展開する。なかなかその姿を現さなかった非ユークリッド幾何だが、それは他から孤立した変わりものだったのではなく、「曲がった空間の幾何」という、ユークリッド幾何よりむしろ一般的な世界の一員だったのだ。

4. アインシュタイン / 光速革命

ここで話は物理学にうつる。ニュートン力学がユークリッド空間を舞台としていたのに反して、新たに登場したマクスウェルの電磁気学は時空を舞台としていた。アインシュタインは力学を時空を舞台とするものに書きかえて電磁気学と整合させた。特殊相対性理論である。これを幾何学の革命として位置づけているのはおもしろい。

特殊相対性理論では光速という速度制限があるせいで近接作用すなわち場の概念が不可避になる。重力もその例外であることは許されない。時空を舞台とする重力の場の理論を模索すること十年、それが「曲がった時空の幾何」に他ならないことを喝破したのもやはりアインシュタインだった。一般相対性理論である。

5. ウィッテン / 奇妙な革命

一般相対性理論の根本は「小さい領域では時空は平らだ」という仮定だった。これは「小さい領域ではすべてが激しくゆらいでいる」という量子論の根本と真っ向から対立する。この対立は今日にいたるまで解決していなが、解決策の有力な候補としてひも理論がある。そのパイオニアの一人であるシュワーツのいたカリフォルニア工科大学に著者は在籍していた。その頃のことは前掲の「ファインマンさん最後の授業」にくわしい。（話はそれるが、「ご冗談でしょうファインマンさん」が売れたせいで、本の題名でよくファインマンを「さん」づけするようになった。かの有名な教科書も今に「ファインマンさん物理学」になってしまうのではないか。）

その後ひも理論は数々の困難をくぐりぬけ、現在ウィッテンらをリーダーとしてM理論へと姿を変えようとしている。著者はウィッテンをモーセにたとえている。彼らの試みがわたしたちを約束の地に導いてくれるのか否かは誰にもわからない。というところ

で本書はしめくくられている。

評者がこの本を読み終えて心に浮かんだのは、「場の量子論は現代のユークリッド幾何である」という見立てである。場の量子論にはこれまでのさまざまな物理理論のアイデアが流れこんでいる。すべての川の流れが海に注がれるように。現在実験可能なエネルギー・スケールの範囲内では、場の量子論が唯一の妥当する物理理論であり、その実験値を予言する精度は科学史上類を見ないレベルに達している。物理学者が場の量子論に寄せる信頼は、われわれが住んでいる現実の空間がユークリッド空間であり、ユークリッド幾何がその唯一の理論であることが疑われていなかった時代の雰囲気を彷彿させる。

しかし、完璧と信じられていたユークリッド幾何も、第5公準の問題と三大作図問題という2つの困難を内に秘めていた。そしてそれぞれはリーマン幾何とガロア理論を生み出すことになる。「場の量子論の窓」が現代のわたしたちに見せてくれる世界はずばらしい。しかし場の量子論も重力の量子化という困難を抱えている。きっといつの日かその窓が開かれる時がくるだろう。