

## SSH (スーパーサイエンスハイスクール)「応用数学」での授業

山本章子 (京都教育大学附属高校)

### 1 はじめに

平成13年もおしつまった頃から、かつてない繁忙の日々に突入した。高校数学3年間の教材再配置、関係する書籍の購入濫読(今から思うとこの時期が一番幸せだった)、新しい教材づくり、京都教育大学との連絡、申請書その他の書類作成等。平成14年からのSSH研究指定校申請の準備である。無事指定を受けたあと今度は、授業の準備、実施、学外講師の依頼、記録まとめ、研究会など繁忙の日々は継続した。第1期3年間を終えて、現在、第2期5年間の1年目である。今回のこの記事で第1期3年間に特に私がエネルギーそそいだ学校設定科目「応用数学」でおこなった授業の紹介をさせていただきたいと思う。

### 2 「応用数学」科目設置の意図

SSHは一言でいえば科学者を育てるための理数教育である。その数学のカリキュラムを作るにあたって次のようなことを考えた。今の高校から大学への数学教育は極端に言えば受験数学と専門純粋数学である。他の世界とは無縁にその中の論理的思考活動だけで完結してしまっている。数学が他の分野で、自然科学や社会科学の中でどう使われるのかを知りたいと学習者が思うのは、自然なことであるのに、そういうことがわかる教育になっていない。SSHが特に数学者でなく科学者を育てる教育なら、数学が使われる場面や活道をうかがい知る科目があってもよいと考えた。SSHは学校独自の科目が置けるので、数学の他の科目と並行しかつ内容の相互関係も考慮して、「応用数学」という科目を1年生に1単位、2年生に1単位おくことにした。(末尾カリキュラム表の一部参考)

### 3 「応用数学」実施の概要

SSH1期生は1年目フラクタル、2年目カオスを扱った。自然現象の中に表れる形・変化を、数学でダイレクトにとらえようとしていたことに魅力を感じて取り上げた。葉っぱを実測して数式で再現したり、地図で海岸線の相似次元を測ったりした。特別授業には物理や工学の先生にきていただいて具体的な現象を見せてもらったり、応用の話をしてもらったりした。研究の先端が少しみえる気がした。けれど生徒が自分で考える活動がもっとほしいと思った。

SSH2期生はフラクタル・カオスを精選し2年生前半でおえて、2年生の後半は生徒の自主的な活動をふやすことをねらった数学・物理・英語の総合的学習「光の速さ」をおこなった。SSHの学校設定科目「科学英語」1単位と連続させて週2時間半年の取り組みである。科学の中で現実的な問題を考えるために使う数学、文法や構文でなく科学的内容をつかむReadingと人に伝えるための英語、生徒達が考えた実験や忍耐が必要な実験に取り組んだ物理。今までそれぞれの科目で受験を意識してやってきたことと違い、近い将来科学に関わる勉強をするのに役立つ、自分達で考えることの多い実践的な授業として生徒達に歓迎された。

### 4 内容紹介を少し

#### A. カオスゲーム でフラクタルができる原理を考える

ここでいうカオスゲームとは次のようなシミュレーションである。

三角形 T L R の内部の好きな点 P からスタートする .

さいころをふってでた目により次のルールで点 P を移動する .

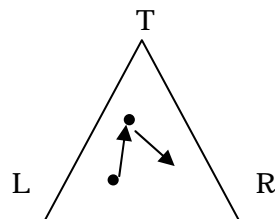
1 または 2 がでたときは P L の中点へ

3 または 4 がでたときは P R の中点へ

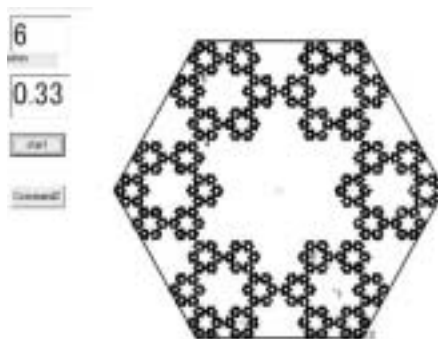
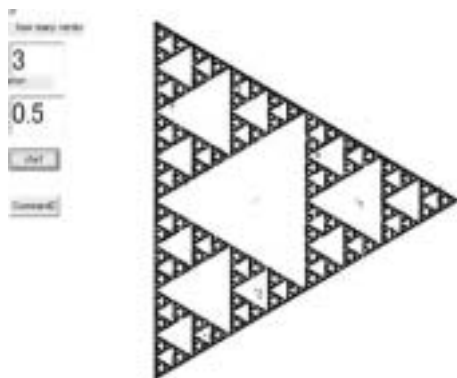
5 または 6 がでたときは P T の中点へ .

新しく移動した点をマークする .

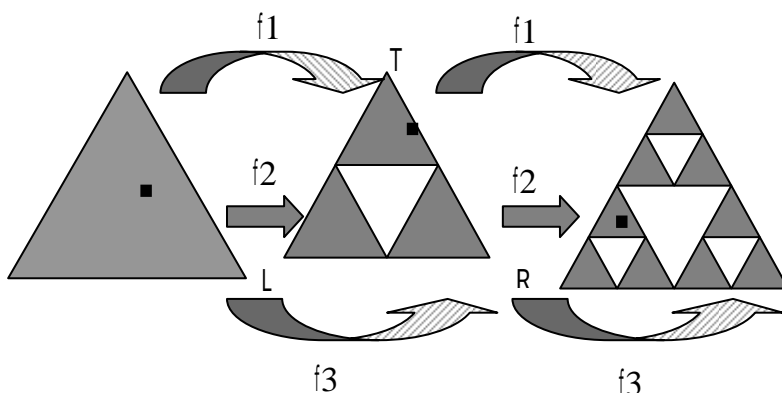
新しく移動した点 P から を繰り返す .



まず , 生じる図形の意外さで興味をひく素材である . そして三角形を正多角形にかえたり , 中点でなく頂点にひきよせられる比率を変えるとさらにおもしろい . フラクタル図形になったり , ならなかったりする . シミュレーションを繰り返し , いろいろ観察した後 , 図形のできる原理を考えさせてレポートさせた .



### B . 葉っぱを再現する

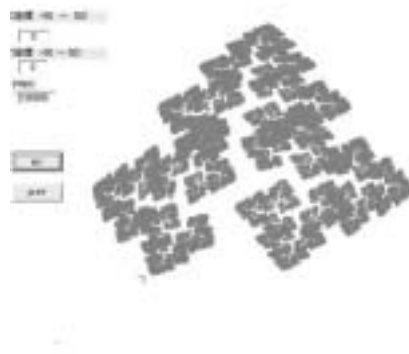


カオスゲームで1つの頂点にひきよせられる移動を相似変換と考える . 三角形の頂点 T , L , R にひきよせられる移動を3つの相似変換  $f_1$  ,  $f_2$  ,  $f_3$  と考える . この相似変換をいくつかの (今回は3つの) 適当なアフィン変換に変えて同じように順次点をとっていく

ことで自己相似または自己アフィンの形の葉っぱを描くことができる .  $6 \times$  (アフィン変換の個数) 個だけの少ないデータで葉っぱのような複雑な形を表現できるのは驚くべきことである .

生徒作品より 実物

再現



### 5 大学・学外との連携

教材作成，授業の構成などについて京都教育大学数学科の先生方の指導を受けた．高校単独で考えていたならこれだけおもしろい取り組みはできなかったと思う．

SSH1期生の1年目に「フラクタル」，SSH2期生の2年目に「光の速さ」をテーマにしてタイの高校生とテレビ会議システムによる交信授業をおこなった．これは京都教育大学数学教育研究室との共同研究としておこなわれた．

「数学教育における創造性の育成を目的とした遠隔協同学習の研究」

文部科学省科学研究補助金・基盤研究 代表者 守屋誠司

授業を進める上で効果的な時期に効果的なテーマで学外講師に特別授業をお願いした．特筆すべきは，フラクタル学習中にその創始者 Manderbrot 氏の講演を実現できたことである．「自然界のものを表現するのにユークリッド幾何学より，フラクタル幾何学のほうがより複雑な面を表現することができる」という言葉に納得し，実際に数学を創った人の感性と偉大さを実感することのできためったにないチャンスであった．その他，理科や工学の関係の先生に講演をお願いしてできるだけ具体的なものをみせていただいた．特に感じたことは大学の先生方が全く面識もないいきなりのお願いで遠方でもころよくひきうけてくださって，しかも慣れておられるということである．「出前授業」という言葉も始めて知った．

#### 特別授業一覧

2002.10.28	特別講演	Manderbrot	イエール大学教授
2003.2.13	金属葉の成長パターン	本間均	兵庫教育大学教授
2003.6.17	カオスの意味と現実世界におけるカオス	船越満明	京都大学情報学研究科複雑系科学専攻
2003.10.23	自然とフラクタル	高安美佐子	はこだて未来大学教授
2003.10.24	フラクタルの応用	高安美佐子	はこだて未来大学教授
2003.12.15	カオスの応用	合原一幸	東京大学生産技術研究所教授

最後に理想ですが・・・ 高大連携で数学の授業をするイメージをかきます．高校側からこんなテーマでやりたい 大学側からこんなことができますよ

という一覧表とコミュニケーションのとれる場があって、これでやろうと話がまとまるとまず高校の先生は内容をしっかり勉強する。授業は高校・大学共同で組み立てる。高校生のレベルをわかり、理解できる授業をするのは高校の先生。刺激を与えてモチベーションをあげるのは大学の先生。高校生に適した考える問題や作業がありこまれているのがよい。それを共同で考える。・・・大学の先生方が高校にこころよく出向いてくださるという経験をしたものだから調子に乗ってみました。

カリキュラム表 2003年度 1年生 指導要領外の内容には網掛けがしてあります

	数学 (3単位)	数学A (3単位)	応用数学 (1単位)
1 学期 前半	数と式 式の計算 実数 循環小数を分数に直す 平方根 1次不等式 2次方程式 黄金比	集合 集合と要素の個数  場合の数 順列と組み合わせ	フラクタル基礎 フラクタルって何だろう Koch curve Sierpinski triangles Cantor set Tree 長さ面積等の数値の規則性 黄金比とフラクタル
1 学期 後半	2次関数 関数とグラフ 2次関数のグラフ 2次関数の決定 2次関数の最大値最小値 いろいろな関数のグラフ 2次関数のグラフ 2次不等式	確率 確率とその基本性質 独立試行 期待値 命題と論証 必要条件, 十分条件 論証	自己相似性  <b>A 《Chaosgame》</b> プログラミング 正n角形を描く シミュレーション レポート
2 学期 前半	三角比 三角比 相互関係 正弦定理と余弦定理 三角形の面積	方程式・式と証明 整式の除法と分数式 2次・高次方程式 式と証明 等式, 不等式の証明	Chaosgame レポートより 生徒発表 Chaosgame でフラクタルができる原理について まとめ 《特別授業 「自然とフラクタル」》
2 学期 後半	三角関数 三角関数のグラフ 加法定理 加法定理の応用 三角関数の合成	平面図形 三角形, 五心 チェバ, メネラウスの定理 円 円と直線	アフィン変換の性質 <b>B 《葉っぱの再現》</b> 原理説明 採寸 アフィン変換の係数計算
3 学期	指数・対数 累乗根 指数の拡張 グラフ 対数の定義 対数の性質 グラフ	数列 等差数列 等比数列  いろいろな数列・極限 漸化式	コンピューターで葉っぱの再現 修正 フラクタルの相似性次元 統計的相似性次元 対数目盛のグラフ 回帰直線と相関係数