書　評

サイモン・シン著，青木薫訳：「フェルマーの最終定理
―ピュタゴラスに始まり，ワイルズが証明するまで―」
新潮社，２０００年，３９７ページ

２１世紀を迎えた今となって，２０世紀をふりかえってみると，世紀末に近づいて起った「フェルマー予想の証明」という事件は数学界だけでない広がりを持っており，矢張り強く印象に蘇ってくる．それを反映してフェルマー予想の解決をめぐっては何冊かの本が専門家向けに出版されており，また，これを上まわる冊数の一般向けの本を書店で手にすることができるようになっている．本書は一般向けの本の一つであるが，ワイルズがフェルマー予想の本当の解決に至るまでの３０年間を１０歳の頃にフェルマー予想を解こうと思い立った時から克明に記録し数学とは何かを伝えるすぐれた本である．

本書の特長は三つある．

第一の特長は当事者への直接インタビューに基づいている点である．著者は英国のテレビ局ＢＢＣで放送されたドキュメンタリー『フェルマーの最終定理』(1996年) の制作担当者であり (この番組は後に日本でも放送された)，ワイルズや関係者に接触して得た資料が本書の強みとなっている．とくに，ワイルズが１９８６年の夏の終りのある夜に「谷山・志村予想からフェルマー予想が出る」というフライとリベットの結果を耳にして１０歳のときの夢に取りかかり，屋根裏部屋での７年間の苦闘の末，１９９３年６月に故郷の英国でフェルマー予想の証明を発表するまでをその場に居るように読ませる第 VI 章，その証明が不完全だったためにひきおこされた地獄のような日々と１９９４年９月１９日 (月) 朝に遂にひらめいた完全解決への道を記述した第 VII 章は息づまるような迫力がある．貴重な資料であり，示唆するところも多い．

第二の特長はものごとを起源から説いている点である．本書は，フェルマー予想が１６３７年に考え出された状況から始まり１９９５年にワイルズの決着論文が出版されるまでの３５８年間はもちろんのこと，数論の起源と考えられる紀元前５００年頃のクロトン (現在のイタリア南部海岸のクロトーネ市) におけるピタゴラス達の研究の様子まで詳しく描いている．こうして，フェルマーが深くピタゴラスに傾倒していてピタゴラスの定理からフェルマー予想を考えついたことが明快になっている．解決の鍵となった谷山・志村予想の生い立ちについても踏み込んだ記述があり，１９５５年９月の日光が浮び上がる．数学の目的は根源を探求することであるから，本書の叙述法は数学にふさわしいものである．

本書の第三の特長は，証明の大切さを例をたくさん出して強調している点である．これは数学の特性を一般の人に理解してもらうには不可欠のものであろう．ここに書かれているピタゴラスの定理の証明，$\sqrt{2}$ が無理数であることの証明，素数が無限個存在することのユークリッド『原論』にある証明 [正確には，本来は「背理法」ではない]，オイラーの７つの橋の問題解決法，４色問題の解決方法，チェスボードの問題の不可能性の証明，などは数学をきちんと読みたい人の要望に応えてくれよう．

このように，本書はフェルマー予想の周辺を臨場感あふれる手法で描いたすぐれた本であり，数学の実体を知りたい向きにも一読をすすめたい．日本語訳はわかりやすく，「訳者あとがき」も読者の理解を深めてくれる．

最後に，気になった点を一つ記しておきたい．それは，本書では残念ながらゼータ関数に明示的には触れられていないことである．［「訳者あとがき」の終りに『ゼータの世界』（日本評論社，１９９９年）から引用されている「ゼータ統一図」を別にして．］せっかく楕円曲線から得られる“E 系列　$E_1, E_2, E_3, \cdots$”（p. 216）とモジュラー形式から得られる“M 系列　$M_1, M_2, M_3, \cdots$”（p. 230）とが一致することが谷山・志村予想でありフェルマー予想証明の鍵であることが説明されているのであるから，これら“E 系列”および“M 系列”はどちらもゼータ（“L 系列”$=$ L-series) に他ならないことを言っておけば本当の対象がはっきりしたと思われる．それは，円周率 $\pi = 3.14159265358979323846264 33\cdots$（p.81 に 1500 ケタ以上でている) に対して

$$\pi = 4\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \cdots\right)$$

という式（マーダヴァ，1400 年頃）が現れているところ（p.79) にも言える．右辺はゼータであることを言っておいてほしかった．このゼータ不在に関連するが，最終章でフェルマー予想後の問題として「奇数の完全数の（非) 存在」「素数分布の問題」「双子素数は無限個か」「ゴールドバッハの問題 (４以上の偶数は素数２個の和か)」などに触れられているところでも，ゼータを出しておけば「素数分布の問題」はリーマン予想に至ることを解説できたであろう．そうする代りに本書では「ケプラーの球体充典填問題」を取り上げ１０ページにわたる解説を付けている．本当はゼータが本書中に遍在しているのに惜しいことである．

なお，フェルマー予想の証明を詳しく解説した教科書としては

斎藤　毅「フェルマー予想 $\boxed{1}$」岩波書店，２０００年

が出版されており（$\boxed{2}$ は近刊），実際の数学を見ることができる．本格的に研究したい人にすすめたい．

(黒川信重，東京工業大学/ゼータ研究所)