書評

高木貞治著「近世数学史談・数学雑談」(復刻版・合本)

共立出版, 1996 年, 本体 2600 円

本書は「合本」とあるとおり、高木貞治 (1915-1960) 著「近世数学史談」(195 ページ、初版 1933 年。以下「史談」と略。) および「数学雑談」(274 ページ、初版 1935 年) それぞれの 3 版、 2 版 (共に 1977 年) を、ページの打ち方も独立かつそのままに、この順に綴じて一冊のハードカバーとしたものである。特に「史談」を読んだ方は数知れずと思われ、すでに沢山の評も出ているので、改めてここで書評を展開することは難しい。「史談」はチャップリンの映画のように、子供 (?) から大人まで楽しめる本であると思う。学生さんをはじめまだお読みでない方には、面白いのでぜひ読んでいただきたい。これでほとんど話は尽きているのだが、紙面をさいて復刻をアピールするところにこそ意味があるだろう。そこで以下は数学的内容の紹介というよりむしろ、私の読書感想文である。名著に免じて、至らない点はどうか御容赦ください。

さて最近は公開講座やオープンキャンパスなどの企画があちこちで行なわれている。自分の学生のころ適当な情報のないままに右往左往したことを思うと、今の学生を羨ましくも思うが、彼らの実感はどうなのだろう。数学の内容は、自分で考えなくては賞味することができない。ここが、物理など手で触れることのできるモノを対象とする分野との大きな違いと思われる。実際には自分で苦労したものだけが身になるのは同じでも、他の分野では少くとも興味をわかちあうことは容易だと言えるのではなかろうか。これは高校生に何かしら数学の研究をかいつまんで話す試みをすると思い知らされる。自分としては、あなたもこの世界に魅かれて踏みこむかもしれないよ (it will happen to you) と思い、そのようなネタを「例えばね、ほら」と示そうと考えるのだけれど。先日もそのような機会があり、そのときは代数と称してラマヌジャンの計算を、幾何と称して球面裏返しのビデオを、解析と称してソリトンのアニメ[1] を見せて、なんとか形にしたのだった。意外 (?) にも、ラマヌジャンのノートが高校生には一番興味深かったようだ。

こうした初心者ともいえるかどうかの段階で、数学の数学らしい側面をどのように伝えるべきか。このことに著者ががとりくんだ結果が本二書、なのではなかろうか。初心者に読めるとは言っても、そこには手抜きの類は全くなく、むしろ密度は非常に高い。どちらとも、入門的な段階における「良い話」で、古典落語のようなものといえるだろう。

近世数学史談　この合本の前半を占める「史談」については、数年前 (1995 年) に杉浦光夫先生が 3 版を定本として注と解説をつけられ、岩波文庫におさめられたことが記憶に新しい。(誤殖も岩波文庫版の方が直されているが、こちらには人名索引がある点が便

[1] http://www.math.h.kyoto-u.ac.jp/~takasaki/soliton-lab/gallery/index-e.html,
http://amath-www.colorado.edu/appm/other/kp/kp.html

利である。) 私は学部生のころようやく存在を知ったが当時手に入らず、院生になってから古本で買った記憶がある。しかしあとにも述べるが、学生さんには早くから (2 ～ 3 年、あるいは入学してすぐにも) 親しんで欲しいと思う本である。数学の部分を除いても十分面白いので、もっと早くでも楽しめるだろう。この本から私が知ることになった数学 (史) 上の話は数多い。ガウス、アーベル、ガロアの生態とその研究。ルジャンドルとガウスの明暗。そして、アーベルとヤコービの競争。ディリクレとヤコービについて「数学を話すというのではなくて数学を黙まるというのでしょう」と伝える、ディリクレ夫人レベッカの証言も印象的である。小堀憲「大数学者」とともに近代数学史への入門の定番であろうが、ここまで数学の本質に立ち入った書を定番というのは失礼かもしれない。

とりあげられているのは 19 世紀はじめの 30 年である。特にこの時代を選ぶにあたって、著者は「(その後の 1830-50 年は) 急上昇の後にくる平板時代であった」と言っている。たしかに、これほど活気にみちた時代は稀有だろう。それだけにここに書かれている数学をすべて理解するのは大変であるが、逆に本当に理解したとしたら楕円関数論や保型形式の入門部分はすでにおわったとさえ言えるかもしれない。たとえば私は学生のころ、関数論が一通りすんでから二重周期的な函数を考えましょうといわれてもどうも興味がわかなかった。この本でレムニスケート積分の話題を先に知っていたら、無為な時間が 3 年くらいは縮まったのではないかとも思う。整理された理論は確かに明解ではあっても、なぜそれを学ぶのかという動機にかけるうらみがしばしばある。その点を原著で補うという方法もたしかにあるけれど、こうした俯瞰をはじめに与えてもらえるのはいうまでもなく初学者には有難いことで、しかもそれが日本語で読めるのだ。

さらに重要なのは、数学の研究とは何であるかについて、高校程度の最小限の予備知識で可能なかぎり示されていることであろう。(しかも御丁寧なことに、主な登場人物たちは彼らと同じ年代で活躍をはじめる。) 数学は止ってはいないとはいっても、実際には一体何をしているのか?というのが、数学科の学生であってもなかなか得心できず、また伝えるにも難しいところである。用語をならべても、また絵を書いてみたりしても、なかなか真意は伝わらない。数学の研究もまた帰納というべきであり演繹は手段である、と言いはするが、その好例はなかなか示しうるところにないように思う。数学において、知りたいと思う目標がいかにありうるか、それをこの本では初学者の目にもあきらかにしてくれる。ガウスの驚異的能力を知らしめる算術幾何平均の項、そしてアーベルの明解を味わえる「初発の楕円函数論」の項などである。

19 世紀を紹介するにあたって、スポットライトをあてるべき話題がガウス、アーベルの研究の周辺に限られるわけではないことは、著者も認めているところである。(ヤコービによる力学の研究などは、アーベルやコーシーとの対比なくとも、オイラー以後の研究の系譜として重要だろう。) しかし資料を収集し想像力を働かせる熱意は、何にでもわくものではない。著者が特に彼らを紹介したことは、クロネッカーの青春の夢に続く研究をされた方としてもっともなことであった。本書の核であるガウスとアーベルについては、両者の全集を読んで興味を持たれたことが中心という (杉浦先生)。本書はやはり、研究の

最も高級な副産物というべきだろう。クラインの「19 世紀の数学」(邦訳共立出版) の意見もはしばしに紹介され、示唆を受けた旨本文の最後に記されている。なおアーベルについては生誕 100 年記念の際のホルストによる伝記を参考にしたと述べられているが、高橋礼司先生によれば「高木先生は外国語の文献を「ページる」[2] のにたけた人」で、ビエルクネスによる伝記 (辻訳「わが数学者アーベル」現代数学社) も参考としたに違いないとのこと。

私の話で恐縮だが、昨年「数学の世界」という講義を文系の一年生にすることとなり、数学史の話をしてみることにした。目論見では、高校で微積分まで聞いてくるのだから、それ以後の数学の話題をとりあげ「止まっていないようす」を語れないものだろうか、と考えたのだった。しかし敬意を表してギリシャから、と思ったことで一挙に自分を苦しめてしまった。やはり「ない袖は振れない」。数学なら、原理的には事実をその場で再現できる。しかし歴史は違うから、まず事実を確かめることからして大変だった。更に面白くしようと思うと、結局数学的内容も考えなおすことになり、準備の時間は膨大になるのだった。おかげで何十冊かの本を見ることになり、良い勉強にはなったのだが。

著者は「わたしの好きな数学史」という小文において、「数学史」と「数学史論」の違いを述べている。「私は数学史なんか知りません」から始まるこの文で、著者は「数学史」は「正確なる史実の記録である。読み物としては乾燥無味でなければならない」、「数学史論」は「各人各様でなければならない」と書いた。この意味での「数学史論」はほとんど「数学論」に近いものだろう。「史」を銘うつ限り、少くとも語るに足る「史論」は史実を曲げてはならないし、そのために「乾燥無味に」正しくあることがすでに大変だが、その上で更に自分の視点をはっきり持たなくてはならないということだろう。

この機会に「追想 高木貞治先生」[3] で調べてみると、著者が「史談」を著したのは類体論の論文の発表 (1915-22) からほぼ 10 年後で、著作活動の最も活発な時期であった。1936 年の停年を数年後にひかえたこの頃共立社 (共立出版の前身) での数学講座の企画がおこり、「史談」も「数学雑談」も、初出はその一環としてそれぞれ 1928～29 (輓近高等数学講座) および 1931 年 (続輓近高等数学講座) の分冊としてである。そしてこの前後、1930 年には「代数学講義」、1931 年には「初等整数論講義」も出版され[4](なおファン・デア・ヴェルデンの「現代代数学」も 1930 ～ 31 に出ている)、更に 1932 年からは著者の監修の下にはじまる岩波講座のために「解析概論」および「代数的整数論」の原型を執筆してもいる。「史談」はこうした著作の準備の中から構想されたのだろう。

さて今回改めて読み返してみると、アーベルにせよガロアにせよ、またガウスにしても、彼らの思考が現代にまで伝わっているのがいかにあやうい橋によっていたかが察せられる。幸いにもガロアは遺書によって、アーベルはクレレとの出会いによって、ガウスの

[2]著者の使った造語で、「ページをめくる」「めくりながら要所をとりだす」ほどの意味とのこと。

[3]高木貞治先生生誕百年記念会編集・発行 (東大数学教室内・代表 河田敬義) 1986 年.

[4]講義内容はこの一部のみだった、また類体論の講義は一度もなかったという (追想 p110, p222)。大戦前の生活は 11 時半登校、30 分講義、食事、4 時帰宅、就寝、10 時より勉強、翌朝寝て 11 時起床だった (p222)。

現場は残された紙片によって、伝えられている。しかしこのどれかが失われることは十分にあったに違いない。また彼らにもっと十分に時間あればどうだったろうか。ガロアの「アンビグの理論」はモノドロミー？に関するものだったといわれる、またガウスの大作も、できていればひょっとして q アナログの重要な基本文献になっていたかもしれない。そしてアーベルも長生きしていたら...。いつでも状況は似たりよったりで、大事なことは(著者が示唆する通り)時代が担っていくのかもしれないが、かといって今も状況は楽観できないように思う。貴重な記録といえども、本人が遺すことに努めない限り日本では退官とともにゴミになってしまう。ファインマンの写真や肉声、そして講義録は日本の我々にも親しいものだが、彼とて日本の学者であったらああは残らなかったのではないだろうか。横道かもしれないが、大学博物館、文書館などがもっと充実されないかと思う。たとえば各種の講義録など、ずいぶん貴重なものが闇に消えてしまっているような気がする。

実際、「追想 高木貞治先生」によれば、史談でさえも実は続編がありえたかもしれないと書かれており、もしそうだとしたらやはり残念なことだ。これは停年を数年後にひかえて「史談」を世に出した先生に、後編をぜひおねがいしますと門下の方々が願っていた、しかしその後空襲で書庫を失った先生にはもはや書くすべはなかった。ということだそうである。空襲では仕方がないにしても、高木の Tagebuch というべきものが残っていたら、それもまた興味深いものだったのではなかろうか。

似たような話だが、「史談」と平行していわば「正式に」読める楕円関数論として、竹内端三の「楕円関数論」(岩波全書) がかつて定番であった。数年前に一時再版されてもいるが、常に入手できるよう望みたい本のひとつだと思う。ついでながら楕円積分を直接に論じた本として、河田先生の「ガウスの楕円関数論」(上智大講究録；史談の忠実な延長とも考えられ、ここにはいわゆる「ガウス文書」訳の付録もある) やジーゲルの名著 “Topics in complex analysis, I” も忘れられない。これらもまた「史談」と同じく子供から大人まで楽しめ、貴重である。標準的な教科書では、高橋先生の「複素解析」(東大出版会) にも楕円積分の章があり、簡明にまとめられている。

数学雑談　「史談」にくらべると、「雑談」については私はこの合本が出版されるまでは見たことがなく、その点新鮮であった。すでに書いたとおり、元来この本は当時編まれつつあった共立の講座に書かれたものだが、特にその「大学延長」としての効果のためと序文に述べられている。通常の形式を離れた無駄話的なものによって包括的な立場を取り戻すことの必要がいわれ、雑談とは大学における「コロキュム」の意であるという。今なら「数学談話」というところであろう。序文のおわりは、ポアンカレの言葉の引用である:「... 異なる部分の思わぬ接触からこそ科学の進歩が起こるのである」。

本文では無理数論から集合論までが座談調に展開される。史談に比べてあまり現在は読まれていないと思うので、目次に従って追っていくと次のとおり。各章 40 ページ〜60 ページほどであるが、内容は濃いように思う。

1. 格子の幾何学　これはミンコフスキーの「数の幾何」の解説兼、本書後半で話題となる厳密な議論のありかたの見本となるべきものである。決して論理のための論理でな

く、最後は格子平行四辺形の面積と格子点の数から転じてワイルの玉突き (エルゴード性) なども話題とされる。

2. 平行線の話　非ユークリッド幾何がどうして発見されたかに至る話題である。話題が話題だけに、特に当時にあっては当然かもしれないが、誤解のおこらないように慎重に「気掛り」を示しまた除きながら論を進めていくところに、著者一流のものを感じる。ユークリッドの論法を詳細に検討し、その論の立て方にムラがあることを指摘するくだりもある。ルジャンドルあるいはサッケリに従って非ユークリッド幾何の入り口まで論を進めたところで、ポアンカレ・モデルが示される。

3. 複素数 (付, 超複素数)　複素数が親しみをもって理解されるようにとの希望がはじめに述べられており、当時の状況がうかがわれる。(もっとも現在でもはじめて習うときには状況は似たものかもしれない。) 前半、初等幾何に基いて幾何学的表示の説明が詳しくなされる。その後「初等函数」(この言葉にも指数函数と三角函数とがひとつものだと知られれば不要だとして疑義が呈される) の逆関数においてすでに複素数で考えるのが自然であることが説明される。理論とは何かを説明する際に今も良く使われる「時間と労力の経済」という言葉も、ここで登場する (原典? p94)。更に函数論との関係から、オイラーのころの「所謂代数的解析」がその後ひたすら微分積分を除外した結果「いつのまにか自滅の運命に陥った」と語られもする。後半は体の公理化と代数学の基本定理について。複素数で体の拡大はひとまず終りであることが証明され、最後に四元数の紹介がある。

4. 無理数 (連続的の量, 無理数論の組みたて, 簡易なる無理数論)　もう無理数のことを書くのは 3 回目だといいながら、60 ページ以上がこの章にあてられている。コロキゥムといいつつ通常の教科書にも増して丁寧だ。もちろんデデキンド流なのだが、「ふつう教科書ではそこまで書かない」というような言いかたで本の読みかたにも示唆を与えている。3 回目であったからこその経験でもあろうが、122 ページの述懐によれば毎回の著述は決してくりかえしでなく、新規の試みを伴うものだった。

5. 数理が躓く (?)　さて、各章読み切りと称されてはいても、数学の厳密な構成とは何であるか、しかもそれが教条的でなくどのようにして問題になるものか、ここまで読者を連れてきた著者はここで力を一段と入れたかと思われる。素朴な「クレタ人はうそつき」の話から素朴集合論に入り、「無限」や「すべて」について、いかに有限の言葉で矛盾なく語りうる世界を作ればよいかという問題意識を述べる。目標はツェルメロの 1904 年の論文の紹介 (!) である。これはカントルの整列可能性予想を解決するもので、ここではじめて選択公理が掲げられた。「選出公理を標出したのが Z 君の手柄であろう」(p224)。寸劇仕立ての整列可能性定理のくだりも面白いが、素人にとっては、100 年ほど前の「数学の危機」の縁起をこの章で概観できる思いがして興味深かった。

それだけにまた、多少の注あるいは解説があればと感じたところもある。たとえば 222 ページ の「黄表紙」(ヒルベルト ?) や「Leipzig」などは何を意味するか、脚注にでもなっているとありがたい。関係者ならすぐに何のことかわかるのだと思うが、後のことを考えると、どなたか注をつける労をおとりにならないだろうか。

6. 自然数論　前章までの構成的立場をひきつぎ、自然数をいかに組みたてるかという

「ランダウ君の本」の紹介である。ペアノの公理が引用され、公理から加法と乗法を導く道筋が述べられる。こうした公理的方法について「「つけ味なし」は「味う勿れ」とも違う、「存分に味え」である」という、それこそ味のあるコメントがある。

このように、「数学雑談」の方はいわゆる「数学の危機」の克服を背景に書かれた本といえるだろう(「史談」が「続輓近高等数学講座」から世に出たと同じ 1931 年にゲーデルの不完全性定理が発表され、杉浦先生によればヒルベルト訪問記の背景を成すという)。また「数の概念」(1949) につながる解説ということもできるだろう。調べる余裕がなかったが、時期と内容とを考えると、この「雑談」はその後の日本における (特に基礎論周辺の) 入門的な種々の著作の種本となっていたのではないか、と察せられる。(丁度「解析概論」が解析の教科書の標準として影響を与えたように。) この点において、この「雑談」の重要性は今後も決して失われることはないと思われる。

内容としても、真に論理が要求されるのはどういう局面であるかについて、旧教養 1 〜 2 年ころの読物として今も十分適当であろう。(あるいは密度が濃く高級かもしれないが。)「雑談」においては、幾度も語り手とは別に烏 (有生) なる人格が時々現れては横槍をいれる。もっともな疑問を適当なタイミングではさむのが小気味よい。漢文の短く的確な形容詞などもしかり。いかにも明治の人という感じだが、精神において全く古さを感じない。巧みな文章を読む楽しみがあり、内容ももちろんながら著者の本が共通して今も読まれる大きな理由のひとつであろう。

ところで著者が今を語るとすれば、何をもってするだろうか。なにぶんにも、どこもかしこもこみいったこととなって、何を語ろうにも大変なことに思われるし、それを時代の進歩というべきかもしれないが...。

今世紀初頭、危機意識は物理学にも深刻に生じていた。(アインシュタインの特殊相対論は 1905、また不完全性定理の前年 1930 はボーア-アインシュタインの論争の年。) ツェルメロとゲーデルが、それぞれボルツマンとの論争 (1896) あるいはアインシュタイン方程式で名を残していることは象徴的である。そして数学と物理学はそれぞれ二手に分れて基礎にわけいったのだったが、現在の視点からは、すでに点あるいは数という概念を数学として独立に立てることは (もちろん重要で必要ではあっても) それだけでは十分ではないとさえいえるかもしれない。そういうことを夢想しながら「雑談」を読むのも面白いか—とも思ったが、それはやはり完全に新作落語の領域だろうか。

最後になりましたが、この文章を書くにあたり、杉浦光夫先生、高橋礼司先生に御教示をいただきました。「追想 高木貞治先生」以外の資料については、岩波文庫版「近世数学史談」中の杉浦先生による付録を御覧ください。また上野健爾先生から西田幾多郎による「史談」の書評の存在を教えていただきました(「高木博士の「近世数学史談」」、燈影社刊「西田哲学選集第二巻」1998 所収：この巻末の年表も興味深い)。感謝いたします。

(長谷川浩司、東北大学理学研究科)